

Grundlagen der Atominterferometrie

Anwendung: Messung der
Gravitationsbeschleunigung



Felipe Gerhard,
Universität Siegen

Grundlagen der Atominterferometrie

- Materiewellen
- Atominterferometrie
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Teilchen als Welle??

Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

für Photonen:

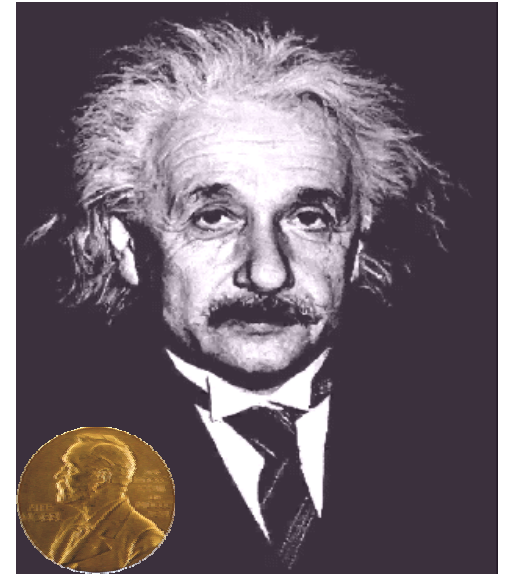
$$E = pc$$

Zusammen mit Photoeffekt: $E = hf$

$$\rightarrow \lambda = \frac{h}{p} \text{ (für Photonen)}$$

Louis de Broglie behauptet 1924:

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ auch für Materieteilchen!}$$



Teilchen als Welle?!

1927: Davisson-Germer-Experiment:

Beugung eines Elektronenstrahls an Ni-Kristall

Elektronen

Röntgenstrahlung



Wellenphänomen: Beugung

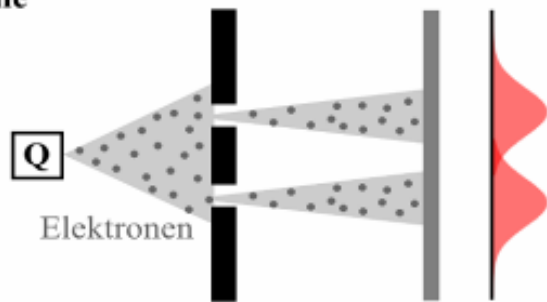
Bilder: http://www.pas-berlin.de/chemie/ch-1/2_Atomistik/240_debroglie_materiewel.html

Teilchen als Welle!!

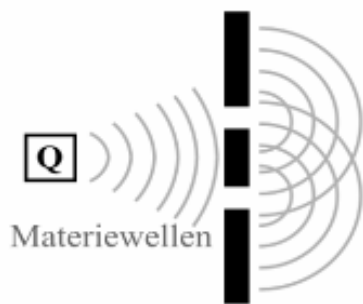
1957: Jönsson-Experiment:

Interferenz eines Elektronenstrahls am Doppelspalt

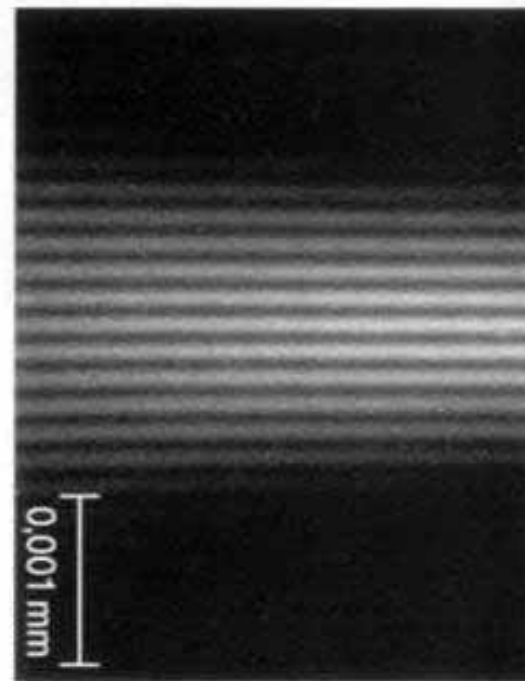
Elektronen- Doppelspalt Photoplatte
quelle



Klassische Erwartung
(Abbilder der Spalte)



tatsächliches Experiment
(Interferenzmuster)



Claus „Young“ Jönsson

Wellenphänomen: Interferenz

Warum Atome als Materiewellen?

Experimente möglich mit:

- Elektronen, Neutronen, Atome, Ionen, Moleküle, (Photonen)

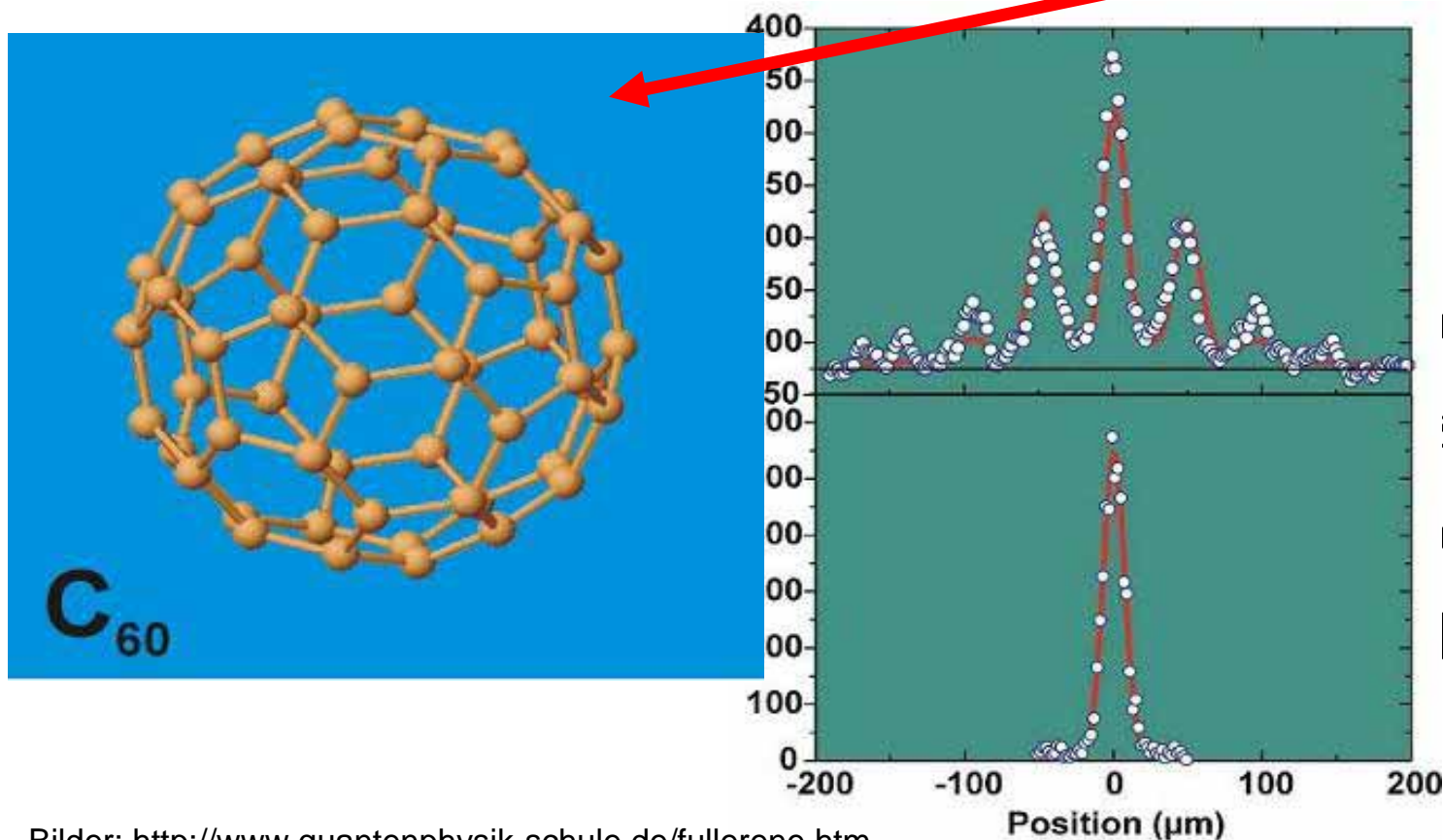
Vorteile der Atome:

- Durch "laser cooling" lange Messzeiten möglich
(mehrere Größenordnungen besser als mit Photonen, e oder n)
- Strahlteiler und Spiegel aus optischen Pulsen sind präzise
theoretisch berechenbar (Atom-Feld-WW gut verstanden)
→ gute Manipulierbarkeit und Kontrolle der Materiewellen

Warum Atome als Materiewellen?

Experimente möglich mit:

- Elektronen, Neutronen, Atome, Ionen, Moleküle, (Photonen)



Bilder: <http://www.quantenphysik-schule.de/fullerene.htm>

ch
onen, e oder n)
sind präzise
erstanden)
[ateriewellen

Grundlagen der Atominterferometrie

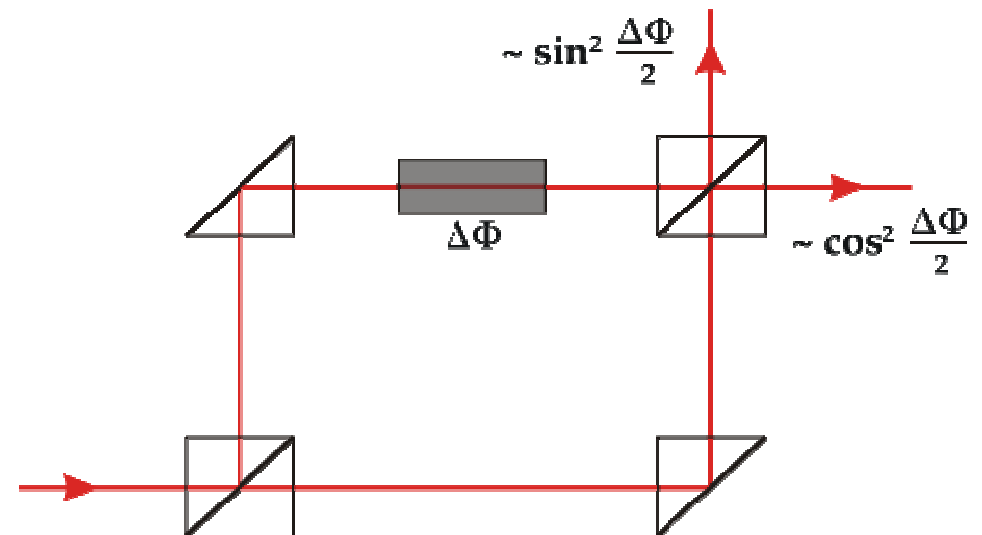
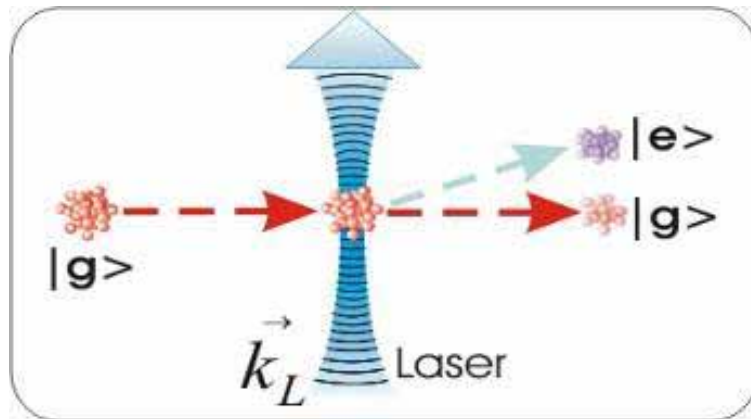
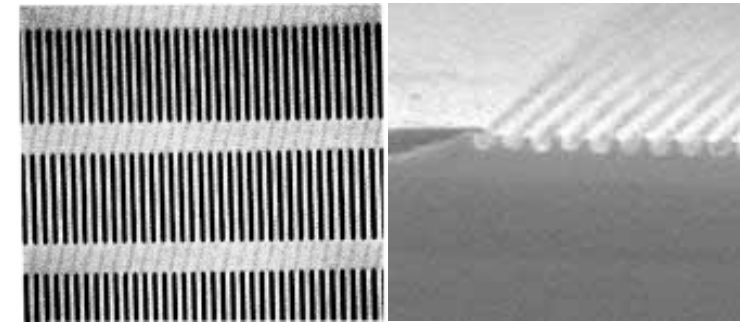
- Materiewellen
- **Atominterferometrie**
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Materiewellen-Interferometer

Erste Atom-Interferometer 1991:

Interferenz mit:

- (mechanisch gefertigten) Spalten / Gittern,
- periodischen Lichtfeldern,
- **Impulsrückstoß (durch Absorption und Emission von Photonen)**
in einer Mach-Zehnder-Konfiguration



Bilder: http://de.wikipedia.org/wiki/Bild:Mach-Zehnder_interferometer.svg; www.pi5.uni-stuttgart.de/lehre/wpss05/atom-interferometry.pdf

Mögliche Messungen

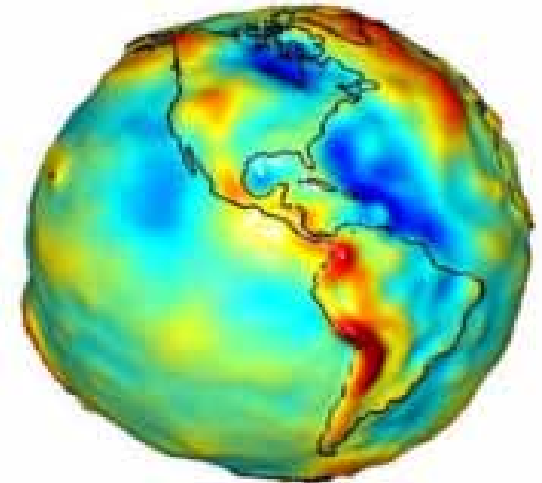
- Naturkonstanten:
 - $\frac{h}{M_{\text{Cs}}}$
 - Gravitationskonstante
 - Feinstrukturkonstante
- Tests des Äquivalenzprinzips
- Zeitstandard
- Beschleunigungen:
 - **Gravitation**
 - Rotationen
- fundamentale Bestätigung der QM

Grundlagen der Atominterferometrie

- Materiewellen
- Atominterferometrie
- **Messung der Gravitationsbeschleunigung:**
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Messung der Gravitationsbeschleunigung - Anwendungen

- Geophysik (Testen von Geo-Modellen)
- Erdbeben-Vorhersage
- Geodäsie
- Aufspüren von Öl-/Wasserreserven
- Navigation (von U-Booten)



→ relative Messgenauigkeit von 10^{-6} - 10^{-9} nötig

Bild: <http://www.wonderquest.com/reptiles-flu-gravitons.htm>

Messung der Gravitationsbeschleunigung

- Wenn von Gravitationsbeschleunigung die Rede ist, ist eigentlich die Schwerebeschleunigung gemeint:

$$\vec{g}_{\text{schwere}} = \vec{g}_{\text{gravitation}} + \vec{g}_{\text{zentrifugal}}$$

- Dabei ist:

$$g_{\text{gravitation}} = \frac{GM}{R^2} \rightarrow g_g \approx 9,799 \text{ms}^{-2}$$

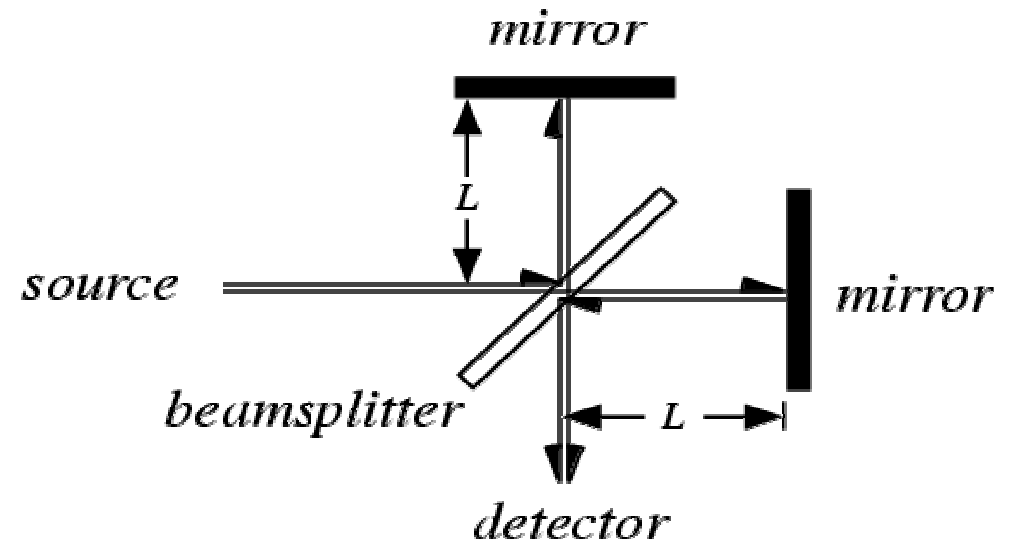
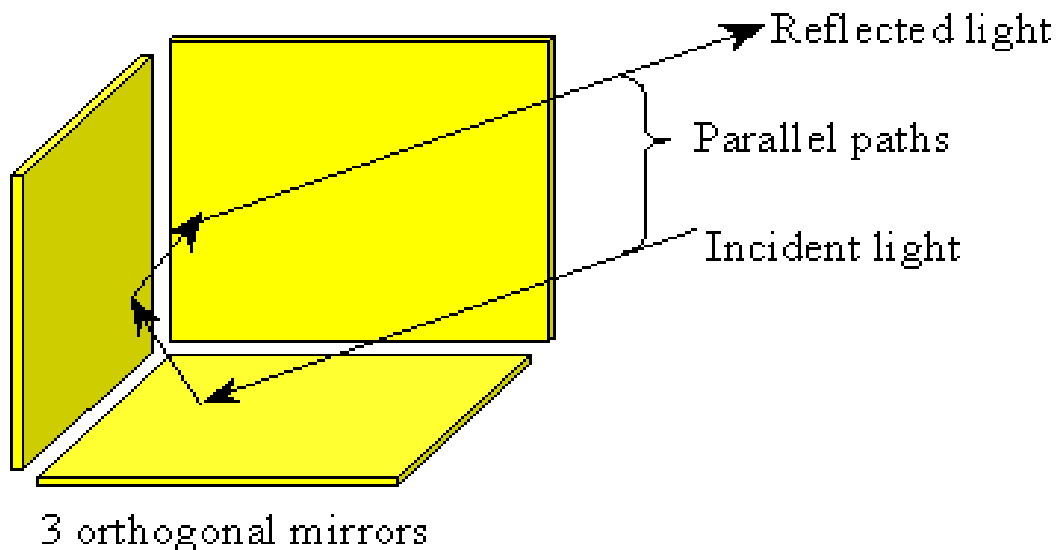
$$g_{\text{zentrifugal}} = \omega^2 r \rightarrow g_z \approx 0,034 \text{ms}^{-2}$$

- historische Bestimmung: Pendelversuch:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ bzw. } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Absolute Gravimeter

- Laserinterferometer: Michelson-Interferometer, dessen einer Arm von einem fallenden Eckspiegel gebildet wird. Problem: Vibrationen müssen unterdrückt werden.



- Materiewellen-Interferometer

Bilder: <http://scienceworld.wolfram.com/physics/mimg453.gif>; <http://www.sporian.com/images/ccr.gif>; Micro-g LaCoste

Grundlagen der Atominterferometrie

- Materiewellen
- Atominterferometrie
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

High-precision gravity measurements using atom interferometry

A. Peters, K. Y. Chung and S. Chu

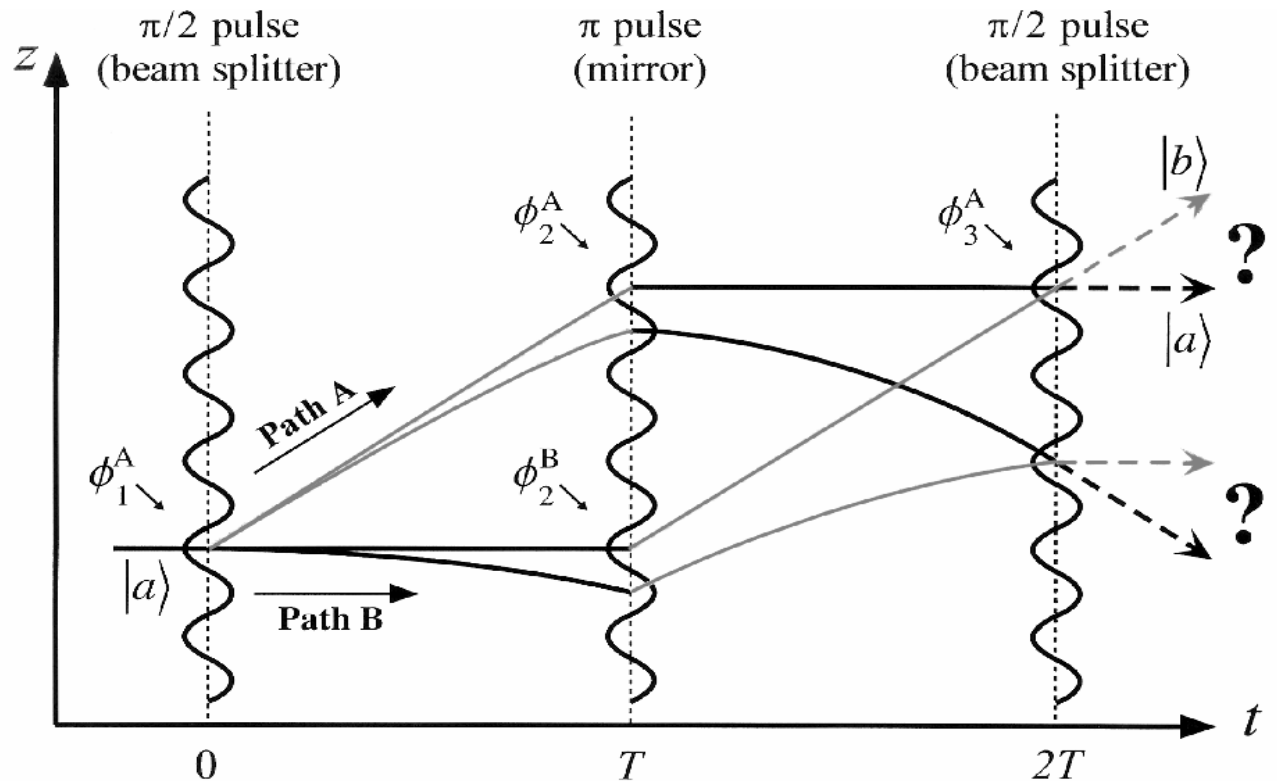
Abstract. We have built an atom interferometer that can measure g , the local acceleration due to gravity, with a resolution of $\Delta g/g = 2 \times 10^{-8}$ after a single **1.3 s** measurement cycle, 3×10^{-9} after 1 min and 1×10^{-10} after two days of integration time. The difference between our value for g and one obtained by a falling corner-cube optical interferometer is $(7 \pm 7) \times 10^{-9} g$. The atom interferometer uses velocity-selective stimulated Raman transitions and laser-cooled caesium atoms in an atomic fountain. We extend previous methods of analysing the interferometer to include the effects of a gravitational gradient. We also present detailed experimental and theoretical studies of

(2001)

Interferometer-Prinzip

$$\begin{aligned} \varphi &= |a, p\rangle \\ \downarrow \pi/2\text{-Puls (Strahlteiler)} \\ \varphi &= \alpha_1 |a, p\rangle + \alpha_2 |b, p + \hbar k\rangle \\ \downarrow \pi\text{-Puls (Spiegel)} \\ \varphi &= \alpha_1 |b, p + \hbar k\rangle + \alpha_2 |a, p\rangle \\ \downarrow \pi/2\text{-Puls} \end{aligned}$$

Detektion der Populationen



Populationswahrscheinlichkeit ist oszillierende Funktion der Phasendifferenz!

$$|I|^2 = |I_1 + I_2|^2 \propto A(1 + C \cos(\Delta\phi))$$

Stimulierte Raman-Übergänge I

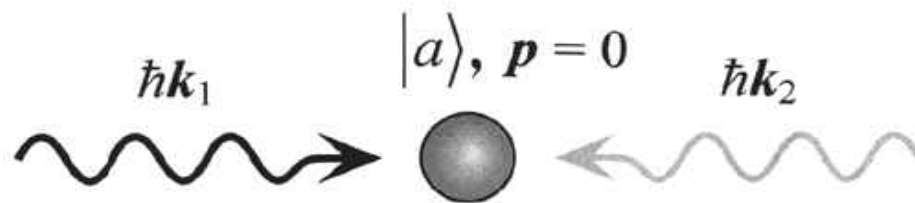


Zwei metastabile Zustände nötig: $|a\rangle$, $|b\rangle$

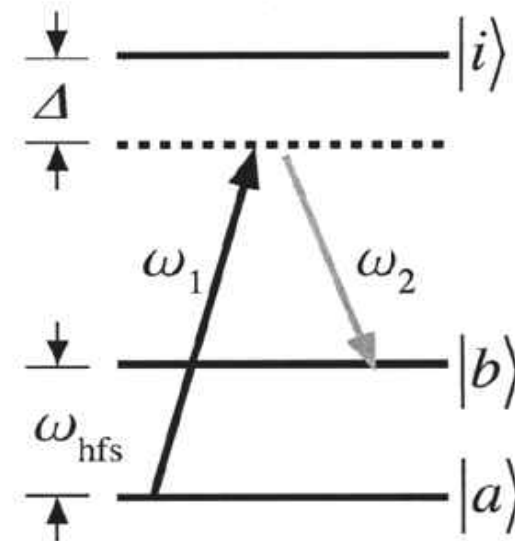
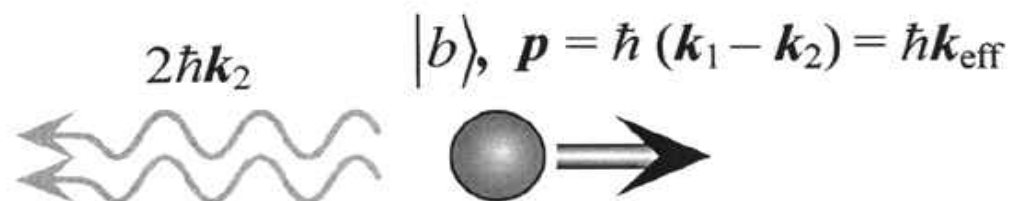
- Hyperfein-Zustände im Grundzustand erfüllen Kriterium, haben aber nur eine kleine Rückstoßgeschwindigkeit
- optische Übergänge haben große Rückstoßgeschwindigkeiten, aber technisch schwer zu realisieren (ultra-stabile Laser nötig)

→ Lösung: Kopplung zweier Hyperfein-Zustände über zwei optische Übergänge

Initial



Final



Stimulierte Raman-Übergänge II



Strahlteiler und Spiegel werden durch **optische Pulse** realisiert:

(1) Das Atom wird von zwei entgegengesetzt-gerichteten Laser bestrahlt.

$$\text{Effektive Wellenzahl: } \vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = |\vec{k}_1| + |\vec{k}_2|$$

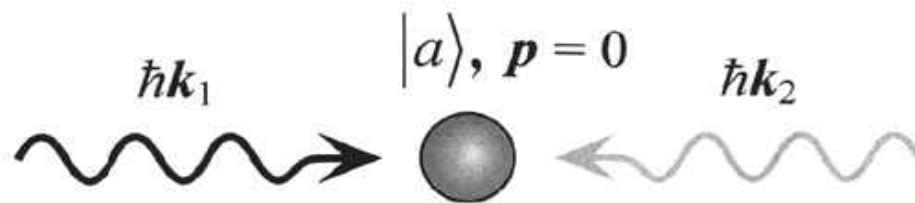
$$\text{Effektive Frequenz: } \omega_{\text{eff}} = \omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{hfs}}$$

(2) Absorption und (stimulierte) Emission während eines Raman-Pulses kann den Impuls des Atoms um $\hbar k_{\text{eff}}$ ändern.

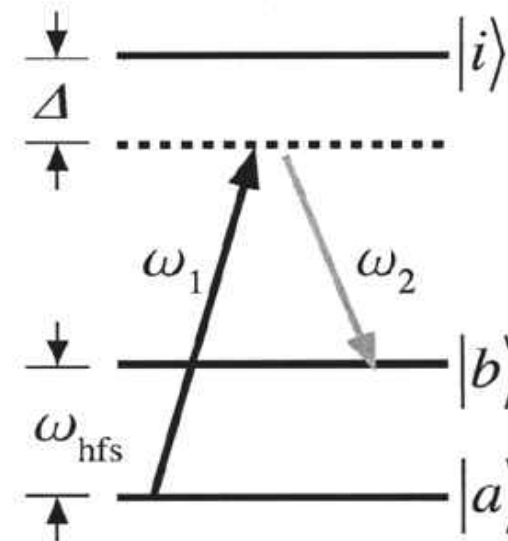
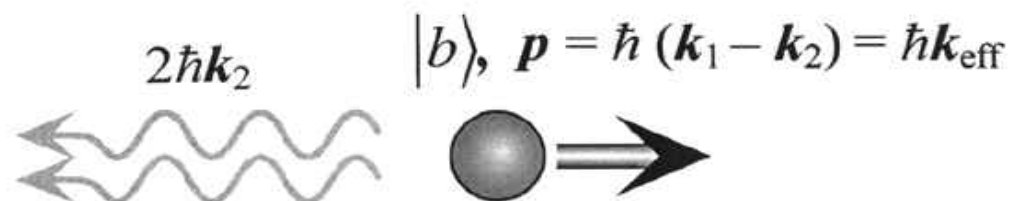
Die Übergangswahrscheinlichkeit hängt von der Pulsfläche (Länge der WW) ab: Strahlteiler / Spiegel

(3) Die WW mit dem elm. Feld führt zu einer Änderung der qm. Phase: $\phi_i = k_{\text{eff}} z_i - \omega_{\text{eff}} t_i$

Initial



Final



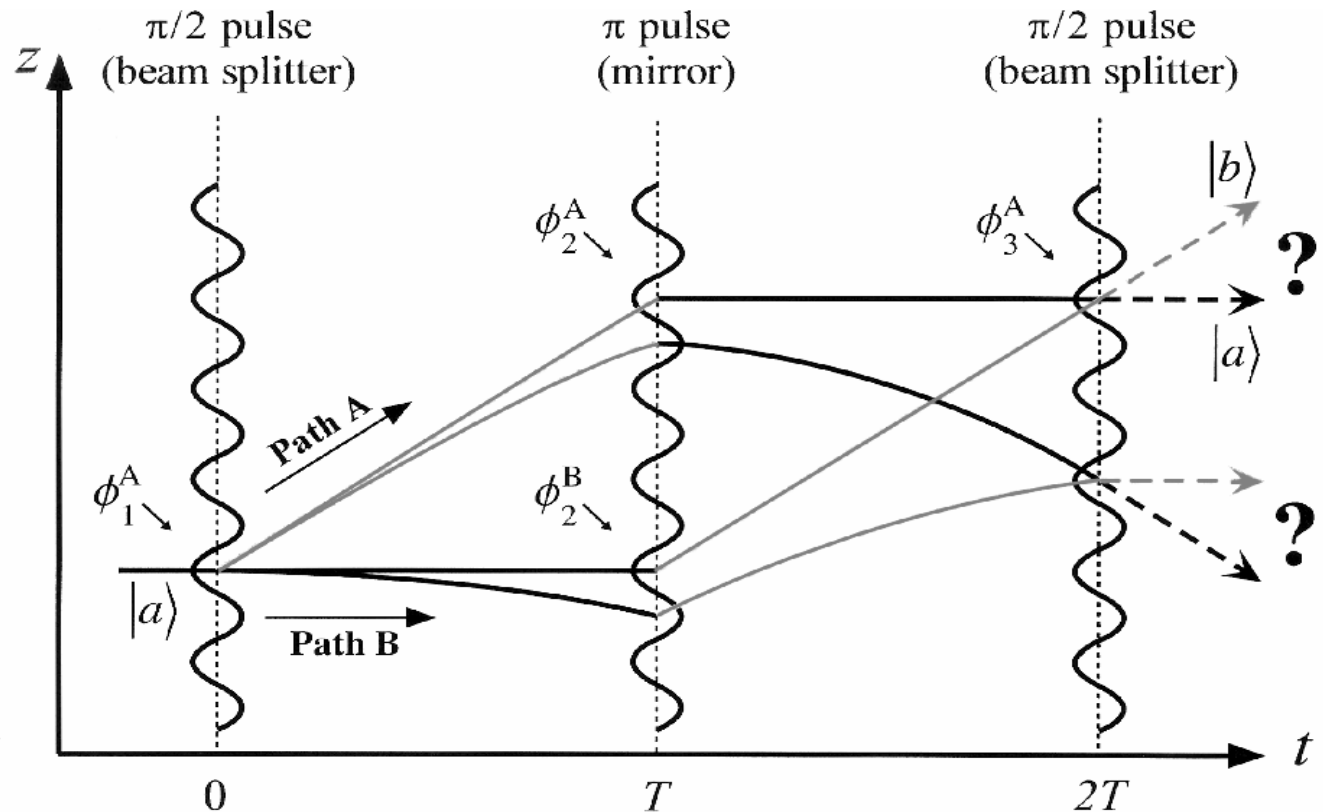
Phasendifferenzen

$$\Delta\phi_{\text{Licht}} = \pm(kz_i - \omega t_i)$$

(je nach Anfangszustand)

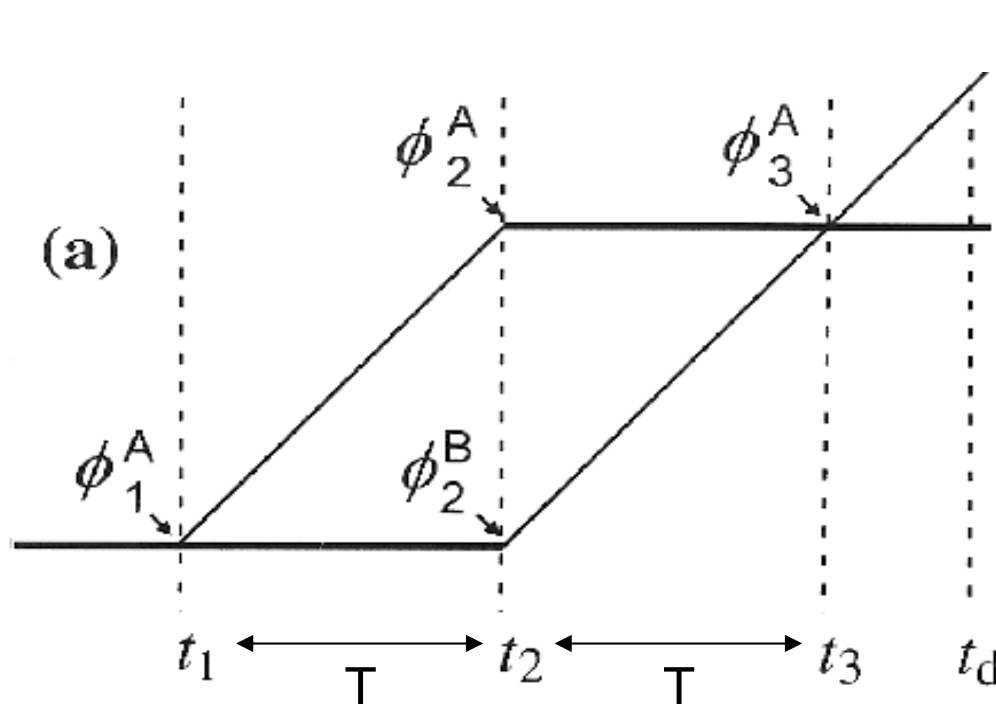
für oberen $|b\rangle$ -Detektor:

$$\Delta\phi_{\text{Licht}} = \underbrace{\phi_1^A - \phi_2^A + \phi_3^A}_{\text{Pfad A}} - \underbrace{\phi_2^B}_{\text{Pfad B}}$$



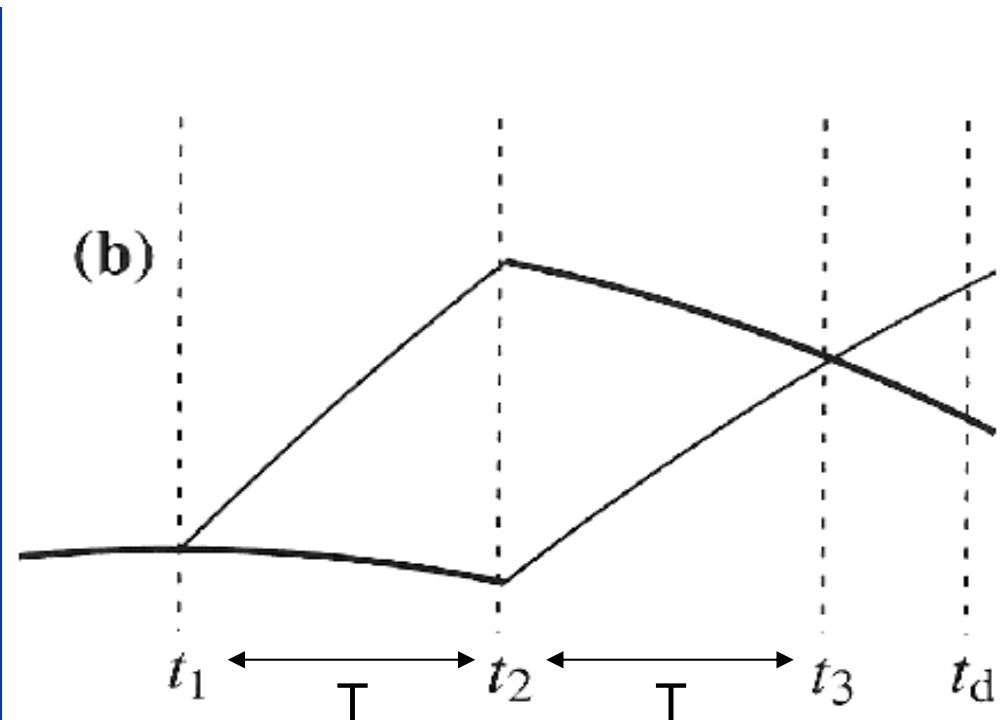
Einfluss der Gravitation

$$\Delta\phi_{Licht} = \left(\phi_1^A - \phi_2^A + \phi_3^A \right) - \left(\phi_2^B \right)$$



ohne Gravitationsfeld:

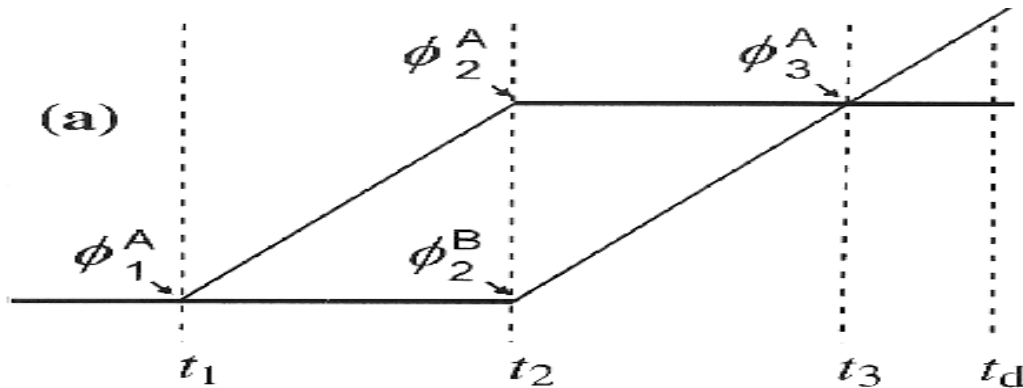
$$\rightarrow \Delta\phi_{Licht} = 0$$



mit Gravitationsfeld:

$$\rightarrow \Delta\phi_{Licht} = k_{eff} \cdot g \cdot T^2$$

Einfluss der Gravitation - Beweis



ohne Gravitationsfeld:

$$z_2 - z_1 = \Delta z$$

$$z_3 = z_2$$

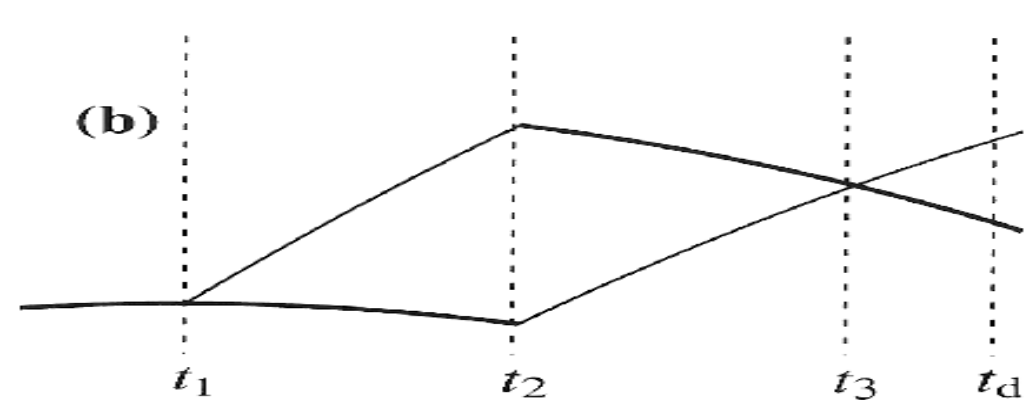
$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = T$$

$$\Delta\phi = (\phi_1^A - \phi_2^A + \phi_3^A) - (\phi_2^B)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = (kz_1 - \omega t_1) - (kz_2 - \omega t_2) + (kz_3 - \omega t_3) - (kz_1 - \omega t_2)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = k(z_1 - z_2 + z_3 - z_1) - \omega(-t_1 + t_2 - t_3 + t_2)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = 0$$



mit Gravitationsfeld:

$$z_1 - z_2^A = \Delta z - \frac{1}{2} g T^2$$

$$z_2^B - z_3 = \Delta z - \frac{3}{2} g T^2$$

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = T$$

$$\Delta\phi = (\phi_1^A - \phi_2^A + \phi_3^A) - (\phi_2^B)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = (kz_1 - \omega t_1) - (kz_2^A - \omega t_2) + (kz_3 - \omega t_3) - (kz_2^B - \omega t_2)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = k(z_1 - z_2^A + z_3 - z_2^B) - \omega(-t_1 + t_2 - t_3 + t_2)$$

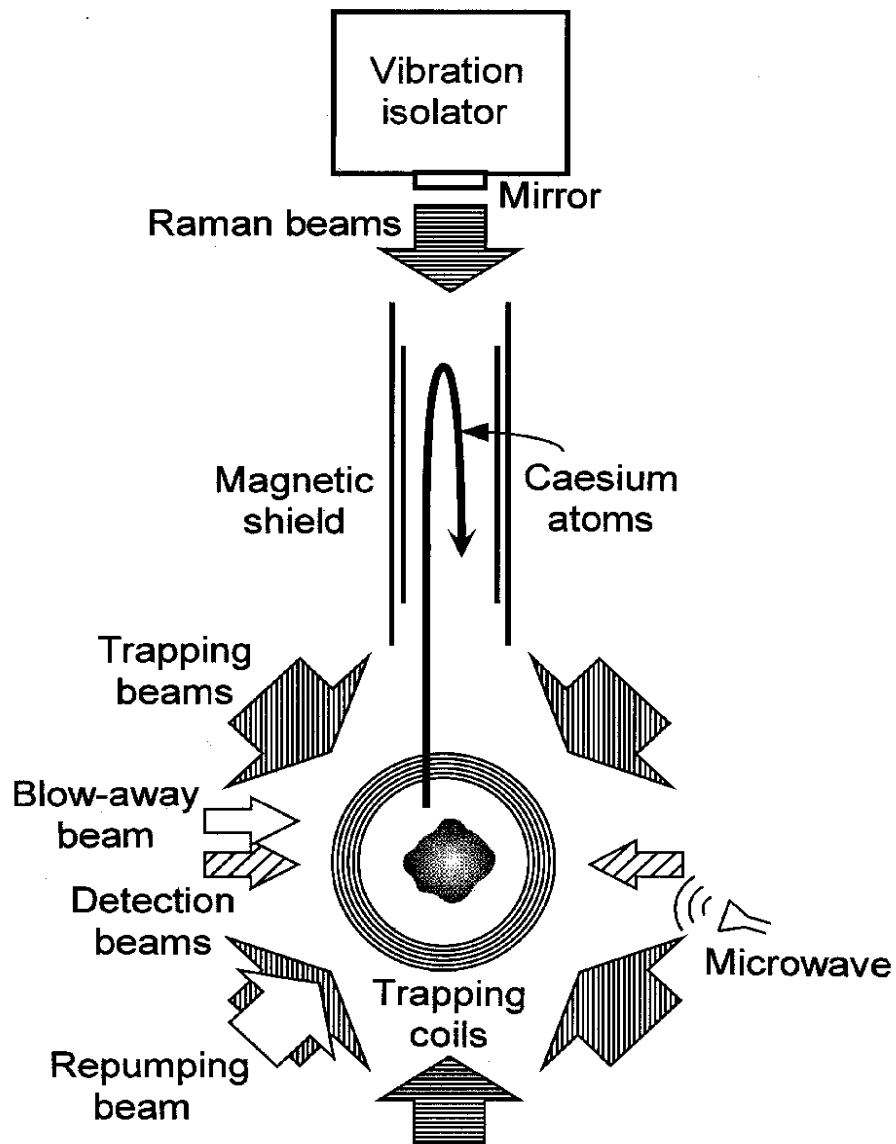
$$\Leftrightarrow \Delta\phi = k\left(\Delta z - \frac{1}{2} g T^2 - \Delta z + \frac{3}{2} g T^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = k g T^2$$

Grundlagen der Atominterferometrie

- Materiewellen
- Atominterferometrie
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - **Experimenteller Aufbau**
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Experiment



(1) Fountain

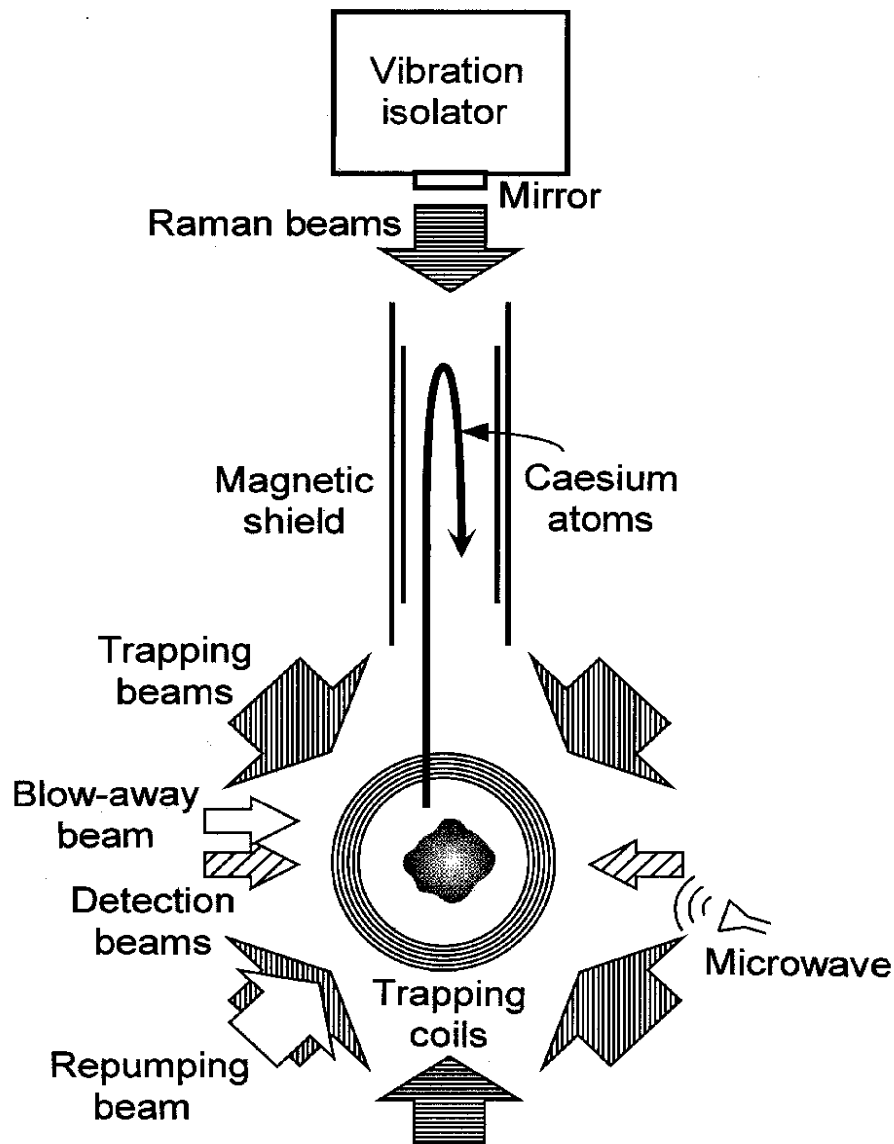
- Quelle der lasergekühlten Caesium-Atome
- Detektor des Endzustands der Atome

(2) Optik

- Laser für Raman-Strahlen
- magnetische Abschirmung

(3) Anti-Vibrations-System, Kippsensor

Fountain



Präparierung :

- Laden der Cs-Atome in MOT (10^8 Atome)
- zwei Lasersysteme:
 - Ti-Saphir: Trapping, Detektion
 - Diodenlaser: Repumping, Raman-Frequenz
- Temperatur durch Laserkühlung ca $1,5 \mu\text{K}$
- alle Atome im $F=3, m_F=0$ -Zustand
- Abschalten der Magnetfelder:
vertikale Beschleunigung ($h_{\text{max}} = 50\text{cm}$)

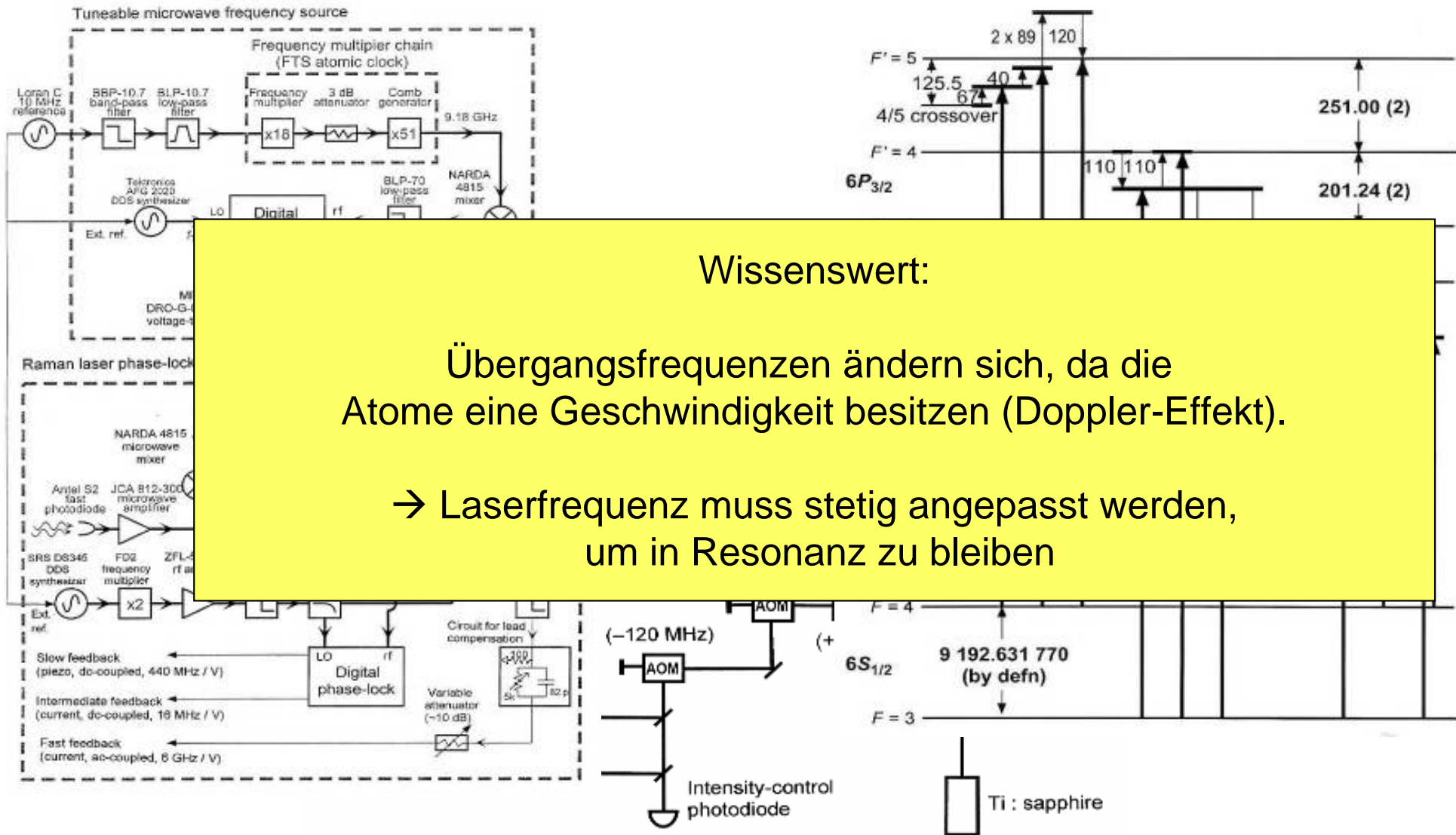
Detektion :

Fluoreszenz-Detektion

- (1) Detektion der Atome im $F=4$ -Zustand
- (2) Repumping $F=3 \rightarrow F=4$
- (3) Detektion der Atome im $F=4$ -Zustand

→ Messung des ursprünglichen Anteils
(unabhängig von Detektoreffizienz)

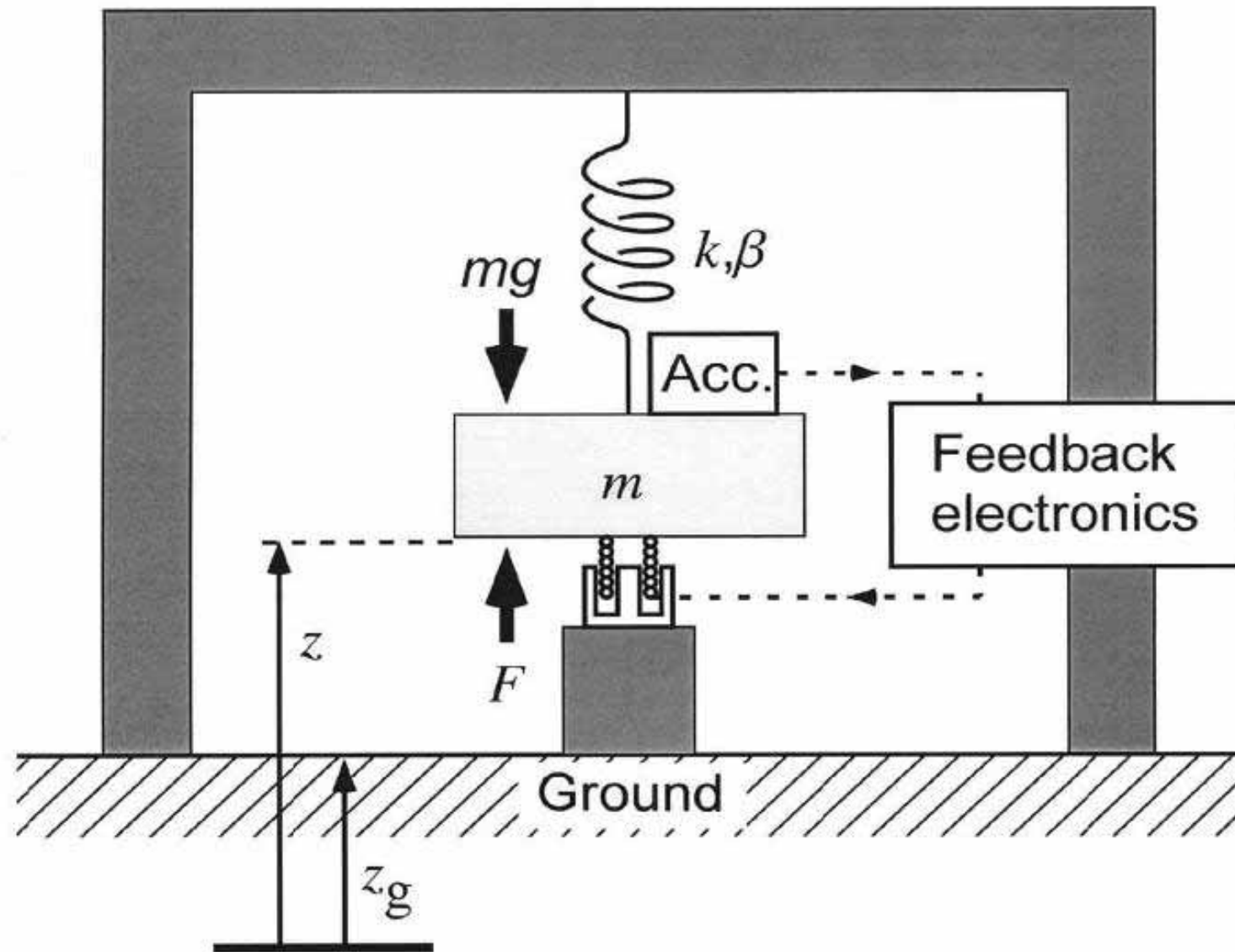
Optik



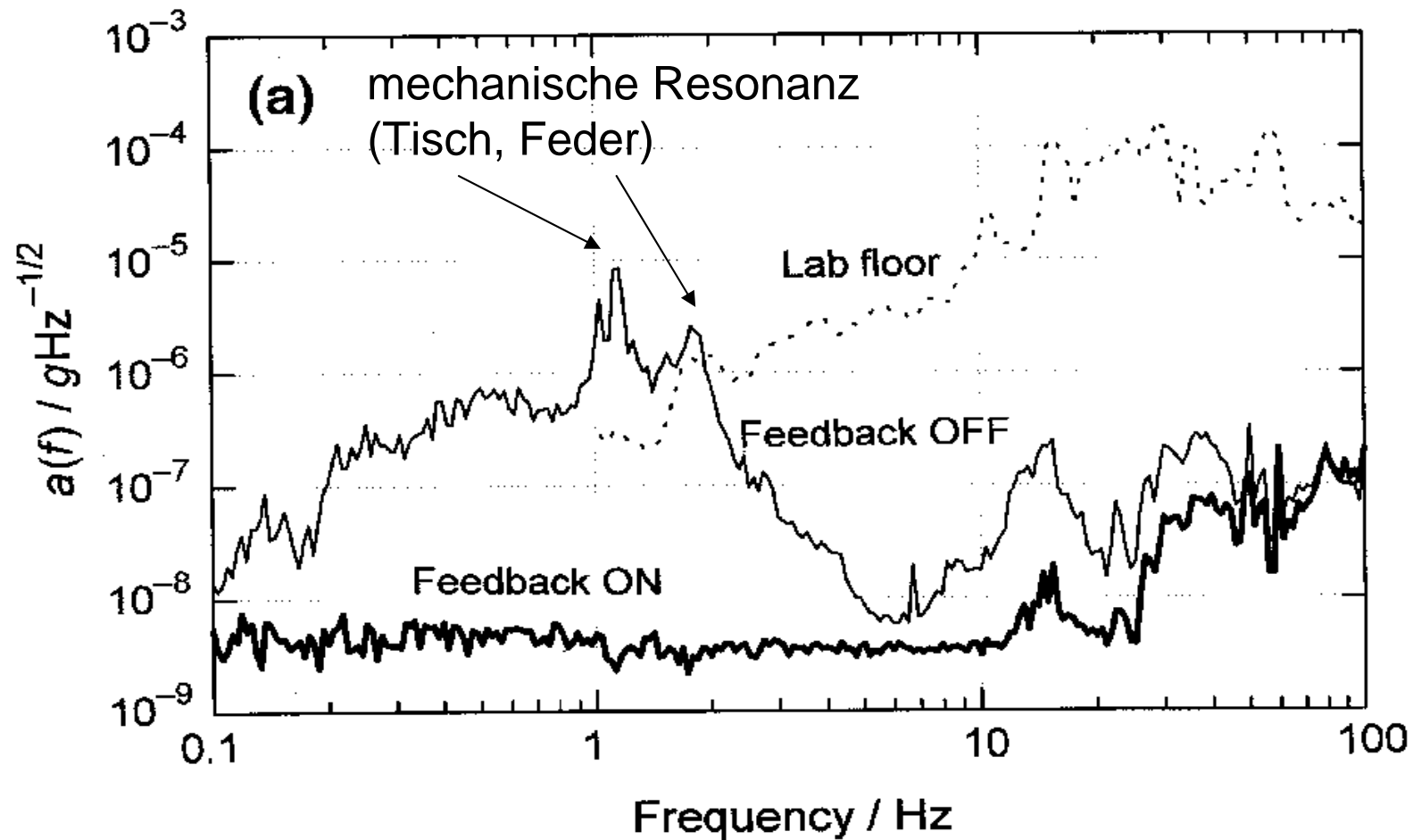
Anti-Vibrations-System

- Veränderungen der Lauflänge der Laserstrahlen führt zu Phasenverschiebung, die sich als Rauschen in der g-Messung bemerkbar macht.
→ Unterdrückung von Vibrationen sogar < 1 Hz nötig!
- Geologische Hintergrundoszillationen (Mini-Beben) alle 5-8 Sekunden müssen ebenfalls unterdrückt werden
- nur Spiegel braucht gegen Vibrationen geschützt zu werden
⇒ aktive Dämpfung mit kurzen Federn und elektr. Feedback
⇒ Anti-Vibrations-System mit 0,005 Hz-Unterdrückung!

Anti-Vibrations-System



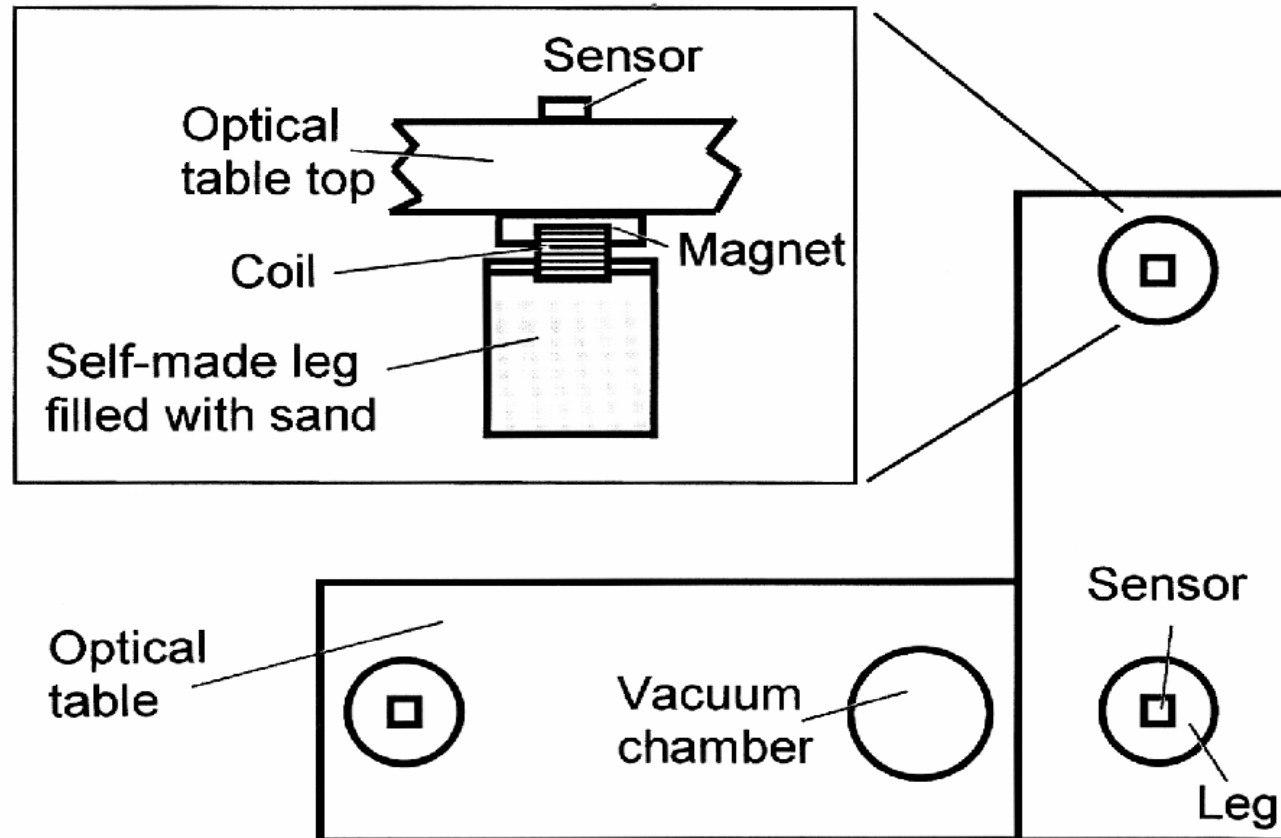
Anti-Vibrations-System



→ besserer Interferenz-Kontrast!

Kippsensor

Cross-sectional view of one of the legs



Genauigkeit des Kippsensors: $5 \mu\text{rad}$

Feedback des Kippsensors steuert Strom in den drei Spulen.

→ 3D-Anti-Vibrationssystem unterdrückt dadurch ebenfalls Rotationen.

Realität

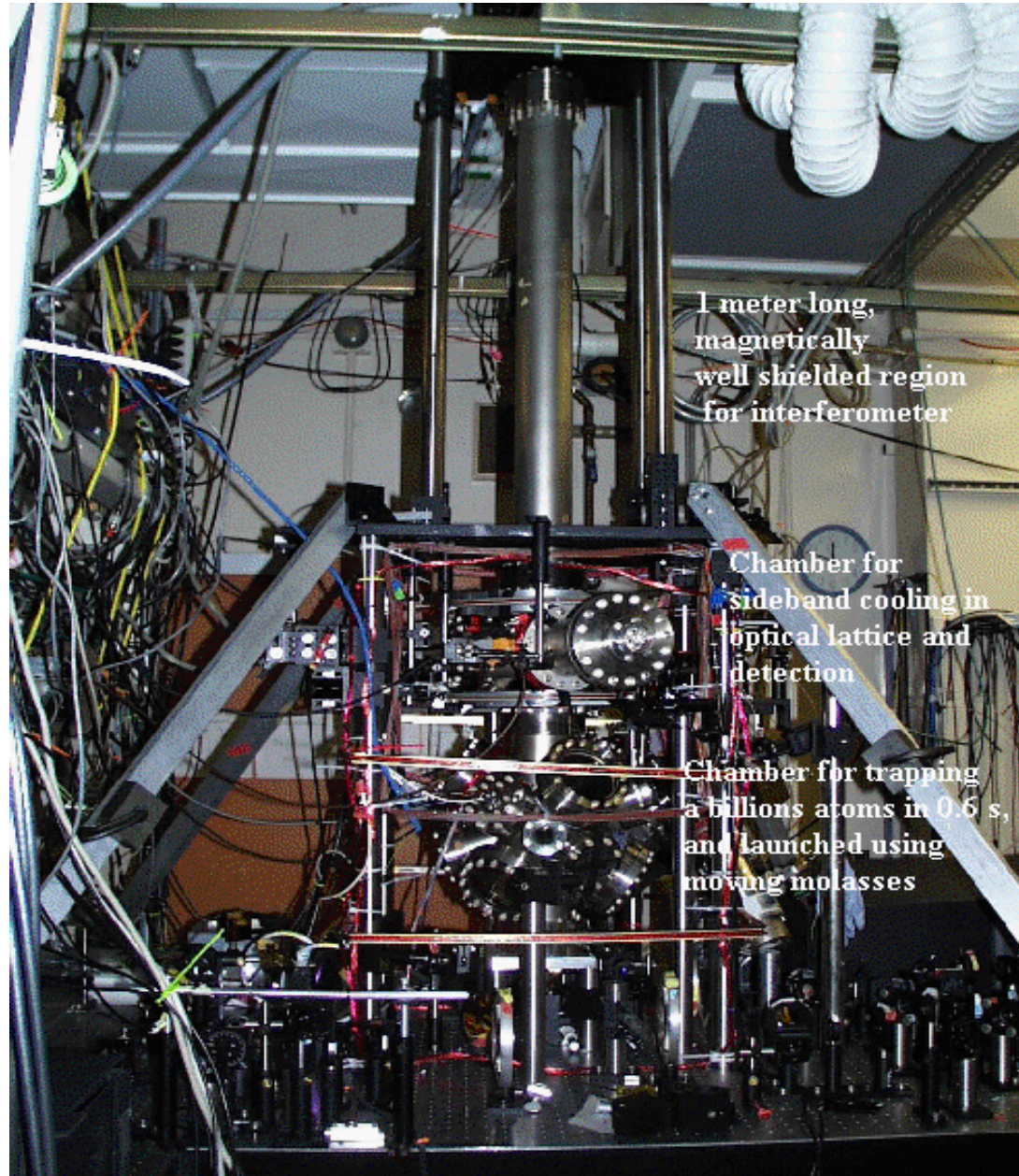
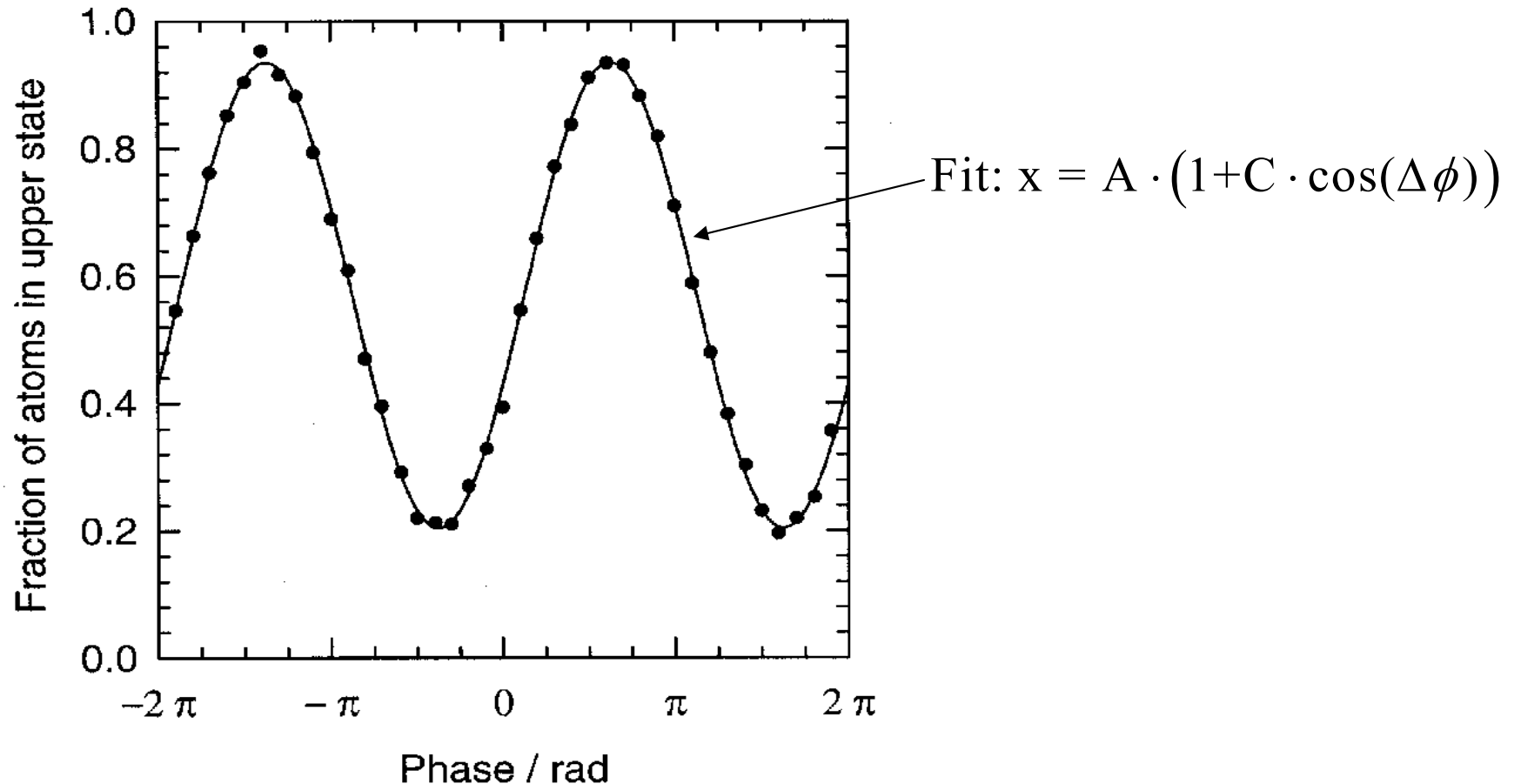


Bild: <http://www.stanford.edu/group/chugroup/amo/interferometry.html>

Grundlagen der Atominterferometrie

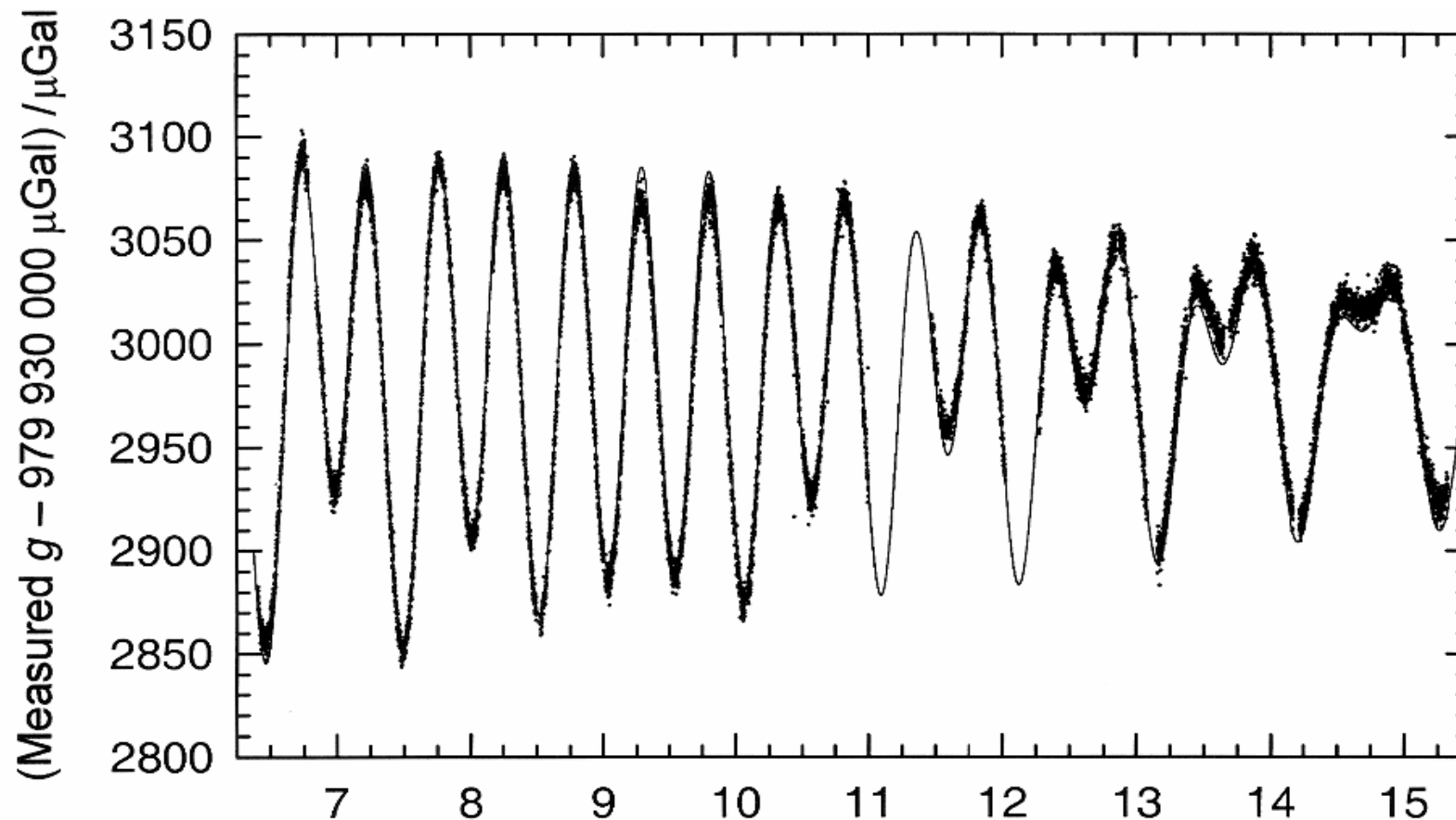
- Materiewellen
- Atominterferometrie
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Der fundamentale Plot



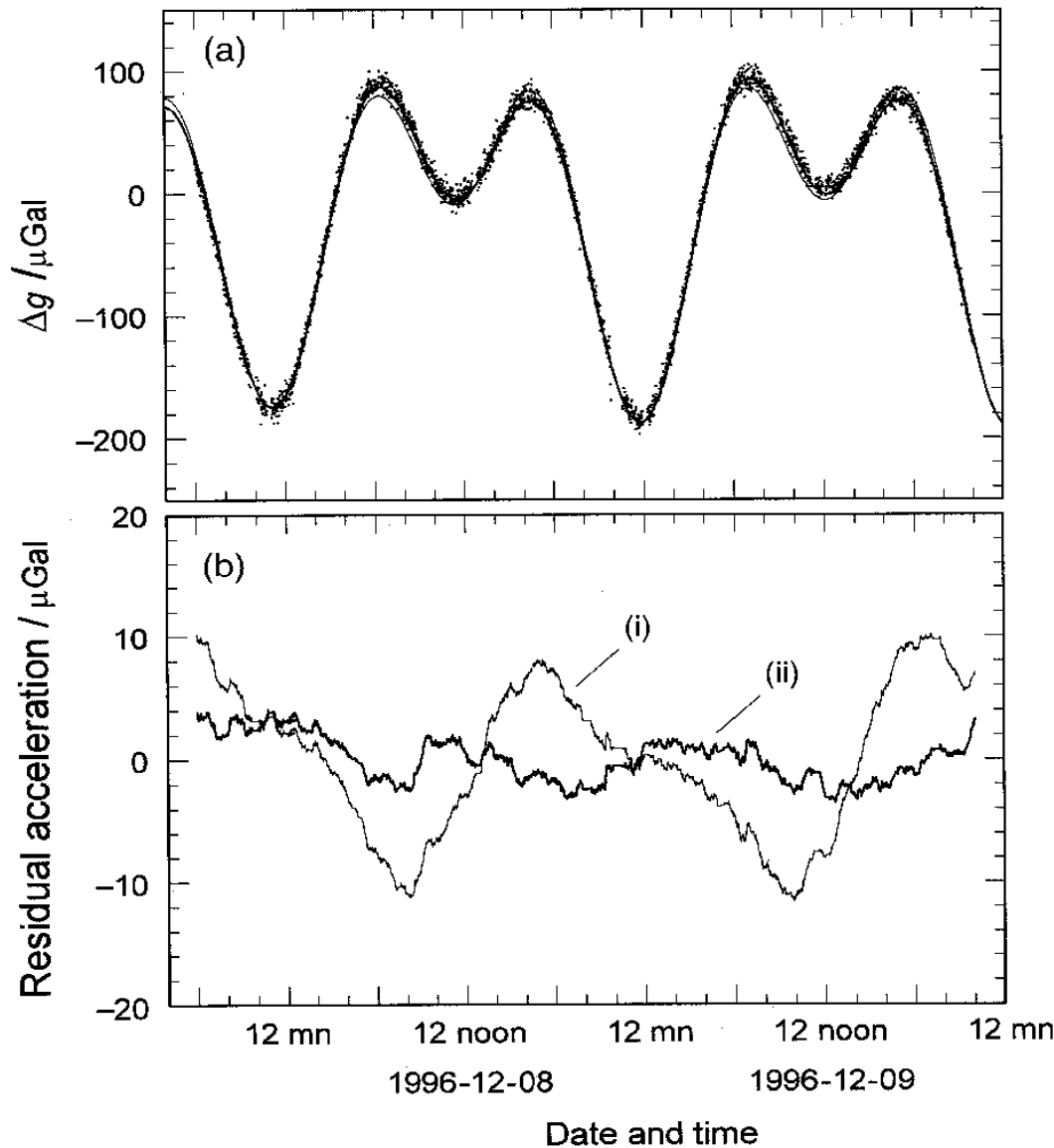
- Phase wird durch Verstimmung des Lasers durchlaufen
- jeder Punkt entspricht einem Launch von Atomen im Abstand von 1,3 s
- Auflösung eines einzigen Launches: $1,5 \cdot 10^{-8} g$
- Genauigkeit nach einer Minute (40 Messpunkten): $3 \cdot 10^{-9} g$

Langzeitmessungen



- Laufzeit: 9 Tage; ein Messpunkt pro Minute
- Gezeiten-Effekte, halb-empirisches Modell an Daten gefittet (nur ein Parameter!)

Ocean-Loading



(a) Laufzeit: 2 Tage;
zwei verschiedene Gezeitenmodelle

(b) Abweichungen von den Messpunkten:

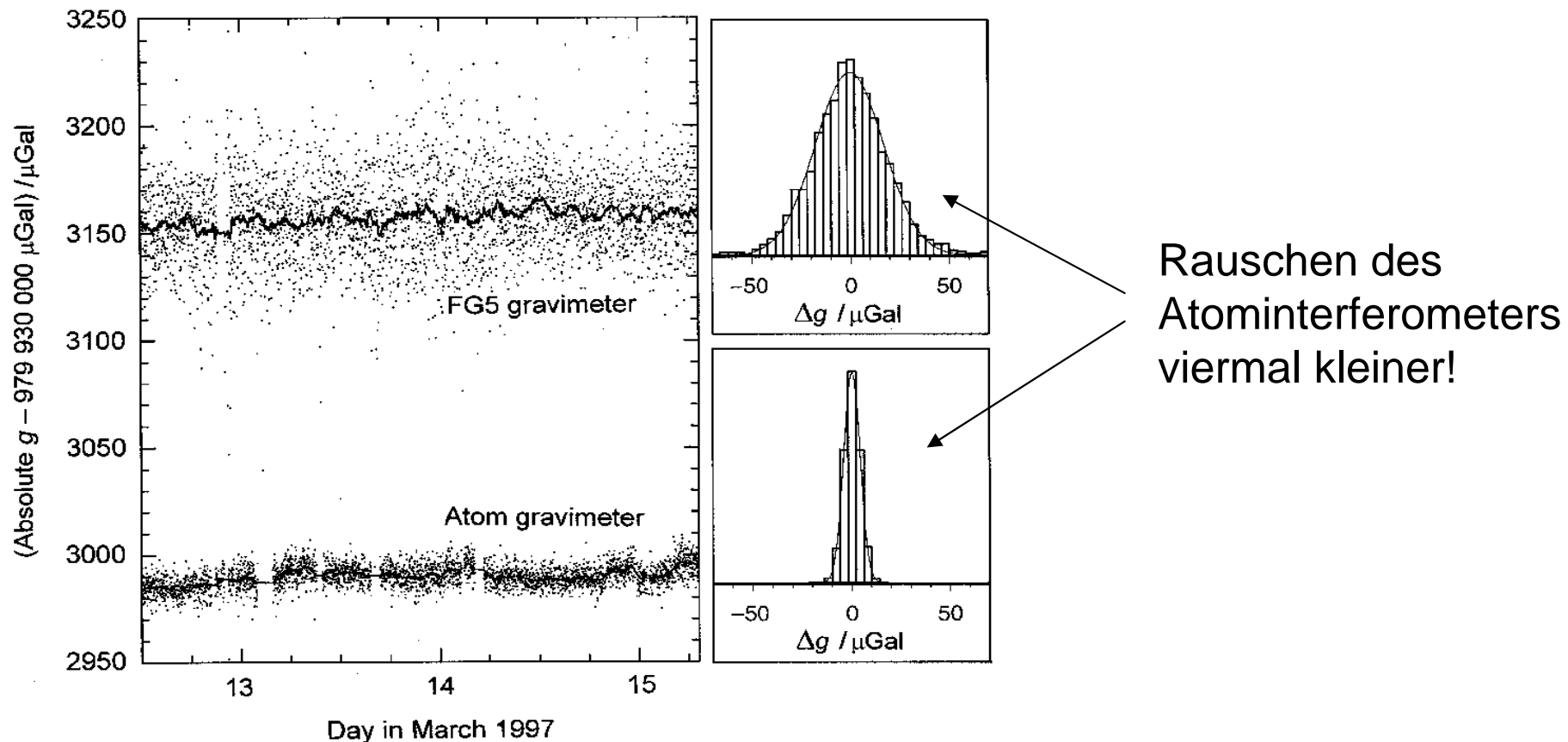
(i) Erde als elastischer Körper

(ii) Berücksichtigung von
"ocean loading"-Effekten



Umverteilung des Wassers der Ozeane aufgrund von Gezeiten. Der erhöhte Druck des Wassers senkt die darunterliegende tektonische Platte um mehrere Zentimeter!

Vergleich mit optischem Gravimeter

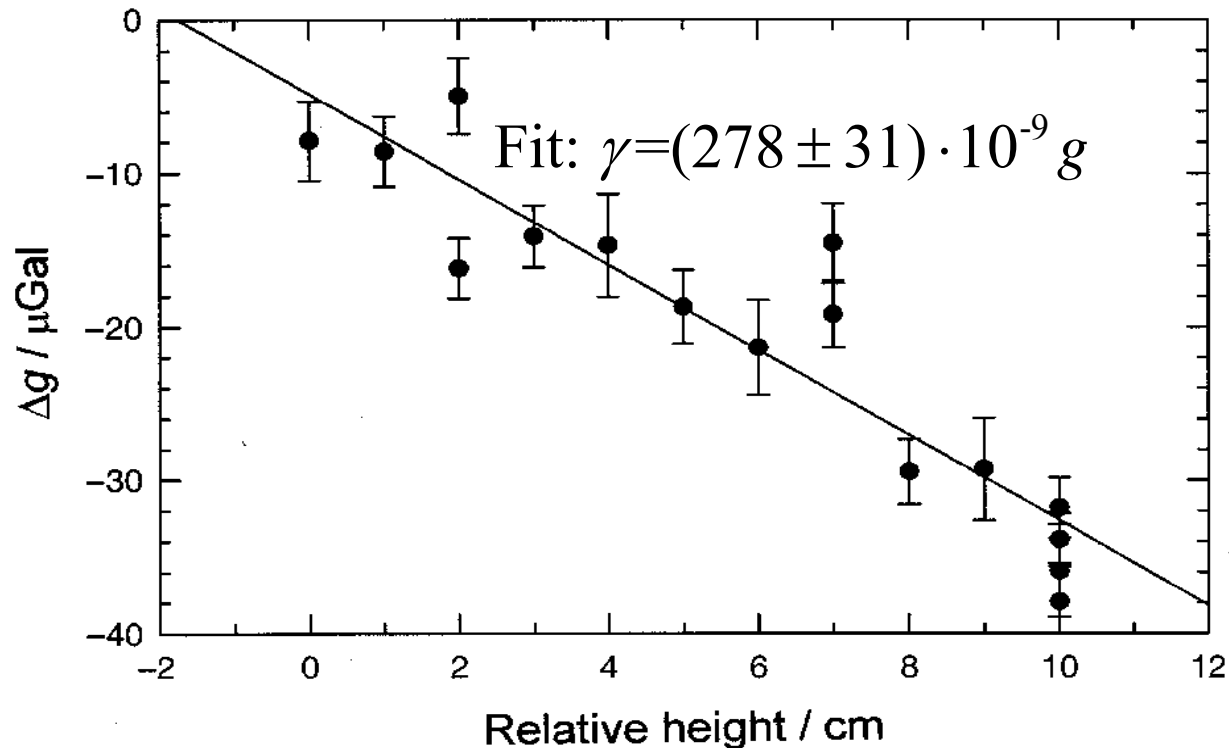


Nach Berücksichtigung aller bekannten systematischen Fehler
beträgt die Abweichung beider Instrumente: $(7 \pm 5) \cdot 10^{-9} g$

Systematische Fehler: Gradient

$$g = \frac{GM}{(R+z)^2} \Rightarrow g(z) = g_0 - \gamma z + O(z^2) \quad \text{typisch: } \gamma \approx 3 \cdot 10^{-7} g$$

inhomogene Massenverteilungen können einen Gradienten in der gleichen Größenordnung hervorrufen!



Gradient ist hinreichend linear!

→ Korrekturen 2. Ordnung vernachlässigbar

Systematische Fehler: Äußere Einflüsse

Quelle	Stärke in $10^{-9}g$	Fehler in $10^{-9}g$	Zeitskala
Gezeitenkräfte	300	0,2 – 0,5	täglich
Ocean Loading	20	0,2	täglich
Luftdruck	8	1 – 5	stündlich
Grundwasser	~2 (ortsabhängig)	ortsabhängig	saisonal
Bewegung der Erdachse	10	<0,01	jährlich

Systematische Fehler: Lokale Massen

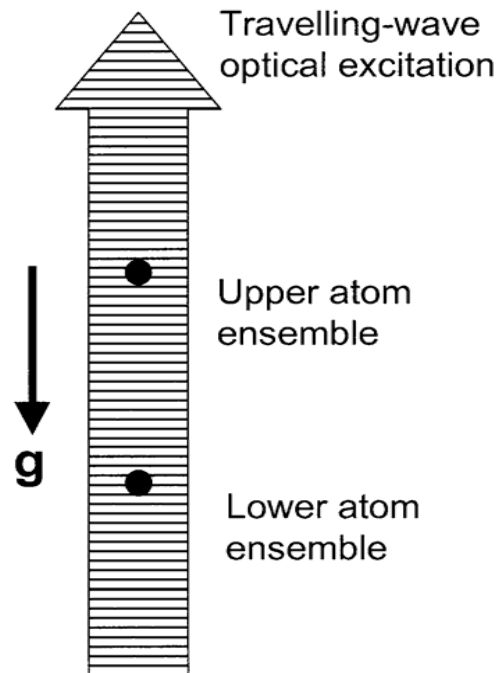
Objekt	Masse / Entfernung	Stärke (in 10^{-8}ms^{-2})	Gradient (in 10^{-8}s^{-2})
Erde	$6 \times 10^{24} \text{ kg}$ $6,4 \times 10^6 \text{ m}$	10^9	308
Experimentiertisch	1000 kg 1,5 m	3,0	4
Aluminium- Abdeckungen	1 kg 0,1 m	0,7	13
Experimentalphysiker	80 kg 1 m	0,7	1,2

- Entfernte Objekte ändern den absoluten Wert von g .
- Naheliegende Objekte führen zu einem Gravitations-Gradienten.

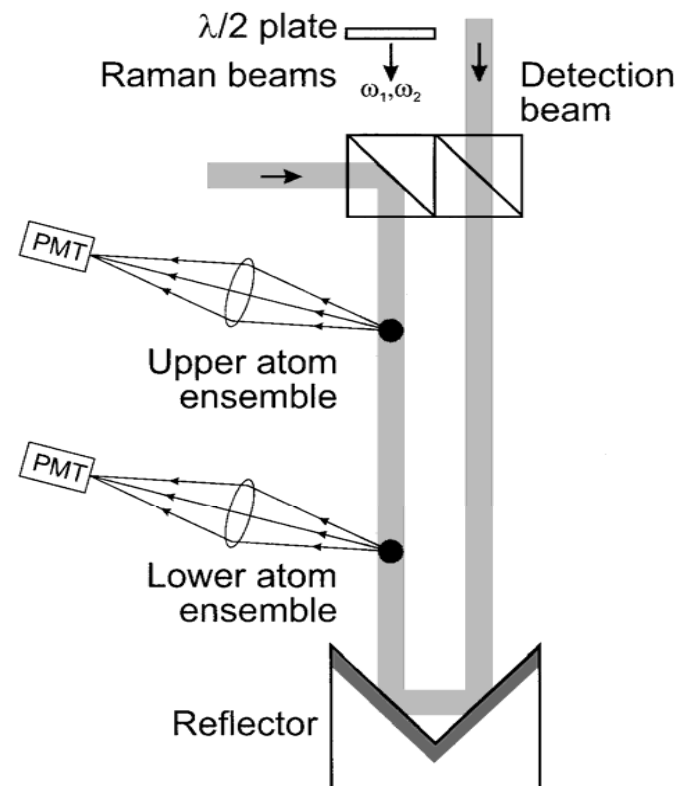
Messung des g-Gradienten

Experiment nach Snadden, Bouyer, Kasevich (1998)

(a)

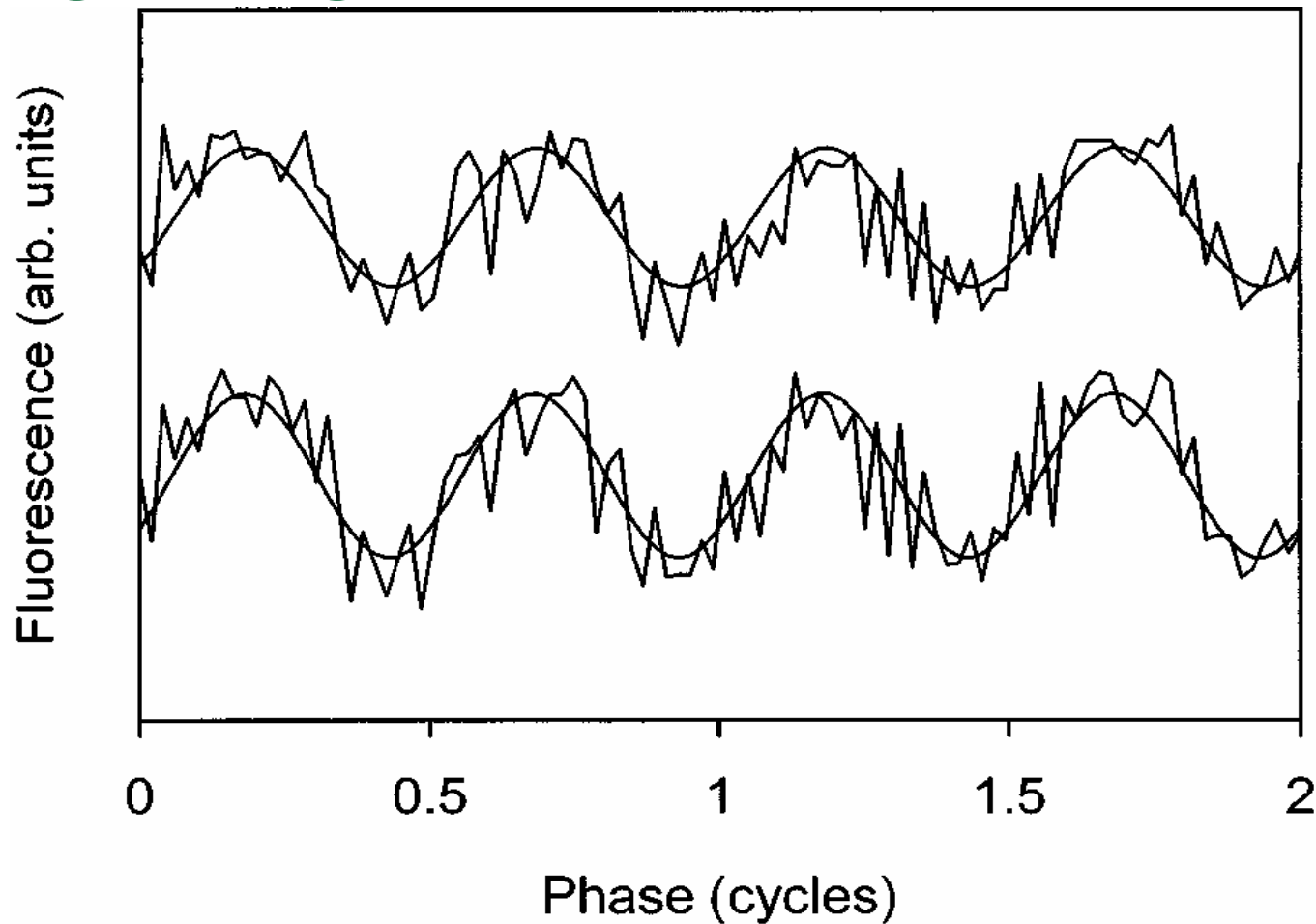


(b)



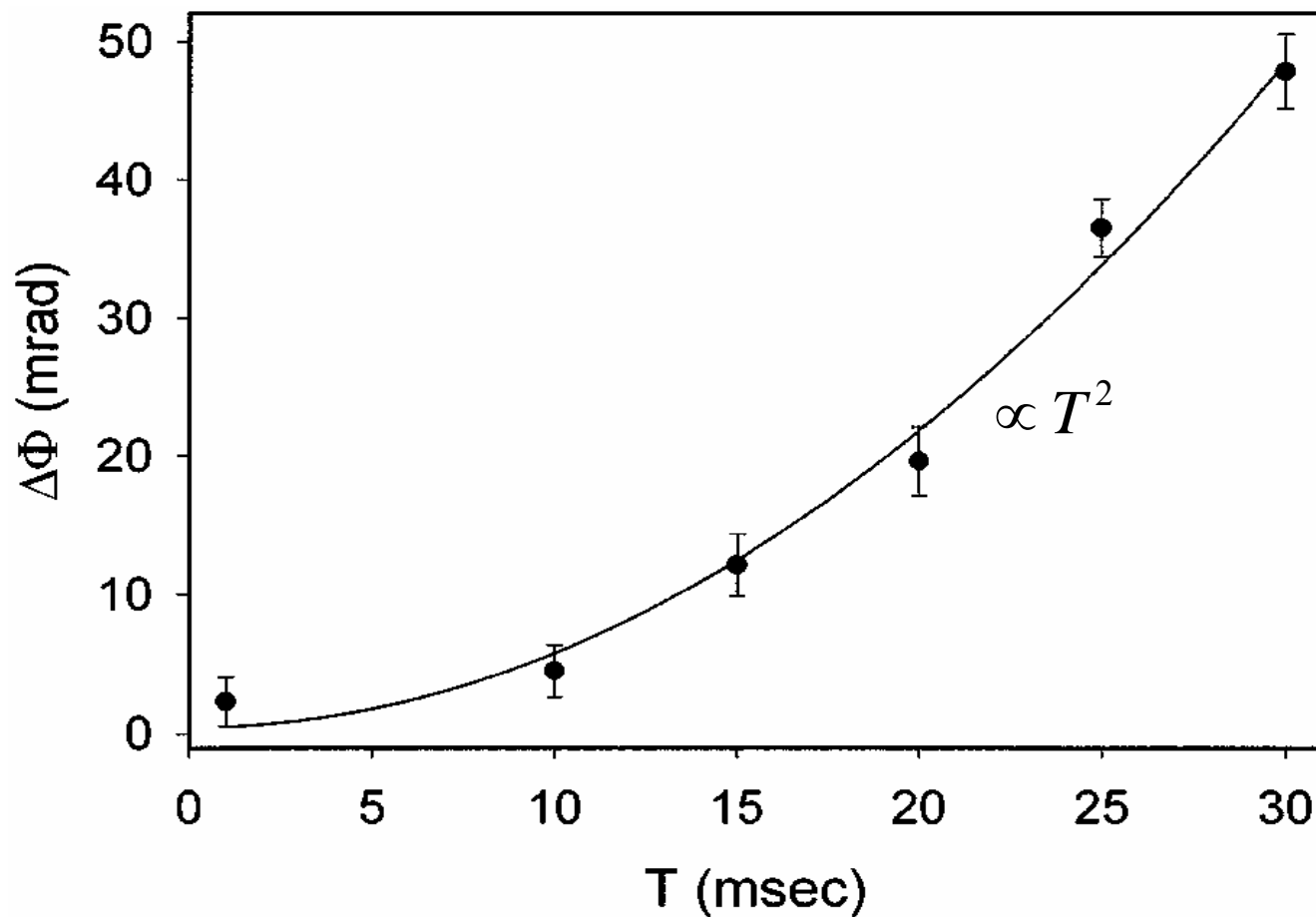
- Vibrationen und systematische Effekte wirken auf beide Ensembles und heben sich daher bei der Gradientenbestimmung auf!
- Mit anderer Pulssequenz lassen sich Abweichungen 2. Ordnung messen.

Messung des g-Gradienten



Der Gradient äußert sich in einer Phasenverschiebung der beiden Interferenzmuster (45 mrad)!

Messung des g-Gradienten



Aus $\Delta\phi = k \cdot \gamma \cdot T^2$ lässt sich Gradient γ bestimmen:

$$\gamma_{\text{exp}} = (3370 \pm 175) \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2} \quad \gamma_{\text{theo}} = 3080 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2}$$

Grundlagen der Atominterferometrie

- Materiewellen
- Atominterferometrie
- Messung der Gravitationsbeschleunigung:
 - Theorie
 - Experimenteller Aufbau
 - Ergebnisse / Fehlerquellen / Diskussion
- Zusammenfassung und Literatur

Zusammenfassung

- Materiewellen-Interometer (insbesondere mit Atomen) erlauben sehr präzise Bestimmung der örtlichen Gravitationsbeschleunigung.
- Gegenüber dem State-of-the-art-Laserinterferometer hat das Atominterferometer ein viermal kleineres Rauschen und eine höhere Genauigkeit (bis zu $1 \cdot 10^{-10} g$ nach 2 Tagen Messzeit!).
- für die Zukunft:
 - Anwendungen: Entwicklung eines portablen Gerätes
 - Grundlagenphysik: weitere Verbesserung der Genauigkeit

Danke für die Aufmerksamkeit!



Literatur

- **"High-precision gravity measurements using atom interferometry". Peters, Chung, Chu. Metrologia, 2001, 38, 25ff.**
- "Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms". Peters, Chung, Chu. Nature, 400, 1999, 849ff.
- "Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer". Snadden, Bouyer, Kasevich. Phys. Rev. Lett. 81, 5, 1998, 971ff.
- "Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope". Gustavson, Bouyer, Kasevich. Phys. Rev. Lett. 78, 1, 1997, 2046ff.
- "Measurement of the Gravitational Acceleration of an Atom with a Light-Pulse Atom Interferometer". Kasevich, Chu. Appl. Phys. B 54, 1992, 321ff.
- "Atom interferometry using stimulated Raman transitions". Kasevich, Chu. Phys. Rev. Lett. 67, 1991, 181ff.
- "Precision atom interferometry". Peters, Chung, Young, Hensley, Chu. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 355, 1997, 2223ff.
- **"Atom Interferometry". Paul Berman (Hrsg.). Academic Press, 1997**